

$S1 = 0$ Задача 1: рассчитать токи ветвей методом контурных токов (МКТ).

Схема обхода независимых контуров изображена на рисунке 2;

1. Запишем систему уравнений МКТ в каноническом виде:

$$\begin{cases} R_{11} I_{11} + R_{12} I_{22} + R_{13} I_{33} + R_{14} I_{44} = E_{11}, \\ R_{21} I_{11} + R_{22} I_{22} + R_{23} I_{33} + R_{24} I_{44} = E_{22}, \\ R_{31} I_{11} + R_{32} I_{22} + R_{33} I_{33} + R_{34} I_{44} = E_{33}; \end{cases}$$

2. Вычислим коэффициенты при искомах контурных токах:

$$E_{11} = -E_4 = -75 \text{ В};$$

$$E_{22} = -E_1 + E_5 - E_2 = -52 + 65 - 61 = -48 \text{ В};$$

$$E_{33} = E_6 + E_3 + E_5 = 52 + 51 + 65 = 168 \text{ В};$$

$$R_{11} = R_4 + R_7 = 15 + 15 = 30 \text{ Ом};$$

$$R_{22} = R_1 + R_7 + R_5 + R_2 = 13 + 15 + 13 + 16 = 57 \text{ Ом};$$

$$R_{33} = R_6 + R_3 + R_7 + R_5 = 13 + 13 + 15 + 13 = 54 \text{ Ом};$$

$$R_{12} = R_{21} = R_7 = 15 \text{ Ом};$$

$$R_{13} = R_{31} = R_7 = 15 \text{ Ом};$$

стр. 3 $R_{14} = 0 \text{ Ом};$

$$R_{24} = R_1 = 13 \text{ Ом};$$

$$R_{34} = -R_3 = -13 \text{ Ом};$$

$$R_{23} = R_{32} = R_7 + R_5 = 15 + 13 = 28 \text{ Ом};$$

3. Напишем канонные уравнения:

$$\begin{cases} 30 I_{11} + 15 I_{22} + 15 I_{33} + 0 = -75; \\ 15 I_{11} + 57 I_{22} + 28 I_{33} + 13 \cdot 9 = -48; \\ 15 I_{11} + 28 I_{22} + 54 I_{33} - 13 \cdot 9 = 168; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30 I_{11} + 15 I_{22} + 15 I_{33} = -75; \\ 15 I_{11} + 57 I_{22} + 28 I_{33} = -165; \\ 15 I_{11} + 28 I_{22} + 54 I_{33} = 285; \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 30 & 15 & 15 \\ 15 & 57 & 28 \\ 15 & 28 & 54 \end{vmatrix} = 56445;$$

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} -75 & 15 & 15 \\ -165 & 57 & 28 \\ 285 & 28 & 54 \end{vmatrix} = -231675;$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} 30 & -75 & 15 \\ 15 & -165 & 28 \\ 15 & 285 & 54 \end{vmatrix} = -376200;$$

$$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} 30 & 15 & -75 \\ 15 & 57 & -165 \\ 15 & 28 & 285 \end{vmatrix} = 557325;$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-231675}{56445} = -4,104 \text{ A};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{-376200}{56445} = -6,665 \text{ A};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = \frac{557325}{56445} = 9,874 \text{ A};$$

4. Рассчитаем реальные токи: $-9 = -9$

$$I_1 = -J - I_{22} = -9 + 6,665 = -2,335 \text{ A};$$

$$I_2 = -I_{22} = 6,665 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{33} - J = 9,874 - 9 = 0,874 \text{ A};$$

$$I_4 = -I_{11} = 4,104 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{22} + I_{33} = -6,665 + 9,874 = 3,209 \text{ A};$$

$$I_6 = I_{33} = 9,874 \text{ A};$$

$$I_7 = I_{11} + I_{22} + I_{33} = -4,104 - 6,665 + 9,874 = -0,895 \text{ A}.$$

Задача 2: результаты МКТ проверить по законам Кирхгофа.

1. Проверим по первому закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} \text{1 узел: } I_3 - I_4 - I_7 - I_1 &= 0; \\ 0,874 - 4,104 + 0,895 + 2,335 &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2 узел: } I_7 + I_4 - I_5 &= 0; \\ -0,895 + 4,104 - 3,209 &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3 узел: } -I_3 + I_6 - J &= 0; \\ -0,874 + 9,874 - 9 &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4 узел: } I_1 + J - I_2 &= 0; \\ -2,335 + 9 - 6,665 &= 0. \end{aligned}$$

$$5 \text{ узел: } I_5 + I_2 - I_6 = 0;$$

$$3,209 + 6,665 - 9,874 = 0;$$

Условие 1-го закона Кирхгофа выполнено;

2. Проверим по второму закону Кирхгофа:

$$1 \text{ контур: } \sum I_k R_k = I_7 R_7 - I_4 R_4 = -13,425 - 61,56 = -74,985 \text{ В};$$

$$\sum E_k = -75 \text{ В};$$

$$\Delta U_{11} = \frac{-75 + 74,985}{-75} \cdot 100\% = 0,02\% < 3\%;$$

$$2 \text{ контур: } \sum I_k R_k = -I_1 R_1 + I_7 R_7 + I_5 R_5 - I_2 R_2 = 30,355 - 13,425 + 41,717 - 106,64 = -48,013 \text{ В};$$

$$\sum E_k = -E_1 + E_5 - E_2 = -52 + 65 - 61 = -48 \text{ В};$$

$$\Delta U_{22} = \frac{-48 + 48,013}{-48} \cdot 100\% = 0,03\% < 3\%;$$

$$3 \text{ контур: } \sum I_k R_k = I_6 R_6 + I_3 R_3 + I_7 R_7 + I_5 R_5 = 128,011 + 11,362 - 13,425 + 41,717 = 167,665 \text{ В};$$

$$\sum E_k = E_6 + E_3 + E_5 = 52 + 51 + 65 = 168 \text{ В};$$

$$4 \text{ контур: } \sum I_k R_k = U_T - I_1 R_1 - I_3 R_3 = 9 \cdot \infty - I_1 R_1 - I_3 R_3 = \infty;$$

$\Rightarrow$ условие 2-го закона Кирхгофа выполнено частично

$\Rightarrow$ необходима проверка баланса мощностей.

Задание 3: составить баланс мощностей:

$$\sum P_{\text{потр}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 + \text{ср. в}$$

$$+ I_7^2 R_7 = 70,879 + 710,756 + 9,930 + 252,642 + 133,870 + 1267,446 + 12,015 = 2457,538 \text{ Bm};$$

$$\begin{aligned} \sum P_{\text{пем}} E &= E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 + E_4 I_4 + E_5 I_5 + E_6 I_6 = \\ &= -121,42 + 406,565 + 44,574 + 307,8 + 208,585 + \\ &+ 513,448 = 1359,552 \text{ Bm}; \end{aligned}$$

$$\text{Пусть } \varphi_1 = 0 \text{ В}; \Rightarrow \varphi_7 = -E_3 + \varphi_1 = -51 \text{ В};$$

$$\varphi_3 - \varphi_7 = I_3 R_3; \quad \varphi_3 = I_3 R_3 + \varphi_7 = 11,362 - 51 = -39,638 \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \varphi_6 = \varphi_1 + E_1 = 52 \text{ В}; \quad \varphi_6 - \varphi_4 = I_1 R_1; \quad \varphi_4 = \varphi_6 - I_1 R_1 = \\ = 52 + 30,355 = 82,355 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum P_{\text{пем}} J &= U_J \cdot J = (\varphi_4 - \varphi_3) \cdot J = (82,355 + 39,638) \cdot J = \\ &= 121,993 \cdot J = 1097,937 \text{ Bm}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum P_{\text{пем}} &= \sum P_{\text{пем}} E + \sum P_{\text{пем}} J = 1359,552 + 1097,937 = \\ &= 2457,489 \text{ Bm}; \end{aligned}$$

$$\Delta P = \frac{2457,489 - 2457,538}{2457,489} \cdot 100\% = |-0,002\%| < 3\%$$

Расчет токов по МКТ проверен балансом мощностей.

Задание 4: построить потенциальную диаграмму напряжений

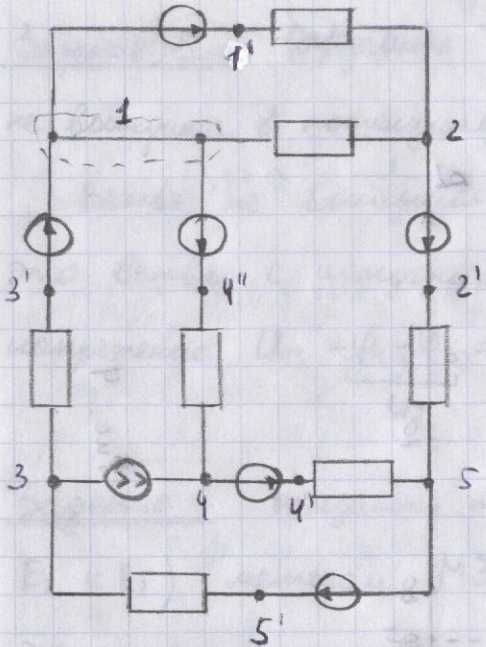


Рис. 3.

1. Рассчитаем потенциалы
для построенной программы:
- $$\varphi_1' = \varphi_1 + E_4 = 75 \text{ В};$$
- $$\varphi_2 = \varphi_1' - I_4 R_4 = 75 - (4,104 \cdot 15) = 13,44 \text{ В};$$
- $$\varphi_2' = \varphi_2 + E_5 = 13,44 + 65 = 78,44 \text{ В};$$
- $$\varphi_5 = \varphi_2' - I_5 R_5 = 36,723 \text{ В};$$
- $$\varphi_5' = \varphi_5 + E_6 = 88,723 \text{ В};$$
- $$\varphi_3 = \varphi_5' - I_6 R_6 = -39,639 \text{ В};$$
- $$\varphi_3' = \varphi_3 - I_3 R_3 = -51,001 \text{ В};$$
- (для внешнего контура)

$$\varphi_2 = \varphi_1 - I_7 \cdot R_7 = 13,425 \text{ В};$$

$$\varphi_2' = \varphi_2 + E_5 = 13,425 + 65 = 78,425 \text{ В};$$

$$\varphi_5 = \varphi_2' - I_5 R_5 = 36,708 \text{ В};$$

$$\varphi_4' = I_2 \cdot R_2 + \varphi_5 = 143,348 \text{ В};$$

$$\varphi_4 = \varphi_4' - E_4 = 82,348 \text{ В};$$

$$\varphi_4'' = I_1 R_1 + \varphi_4 = 51,993$$

(внутренний правый контур).

2. Построим потенциальную диаграмму.

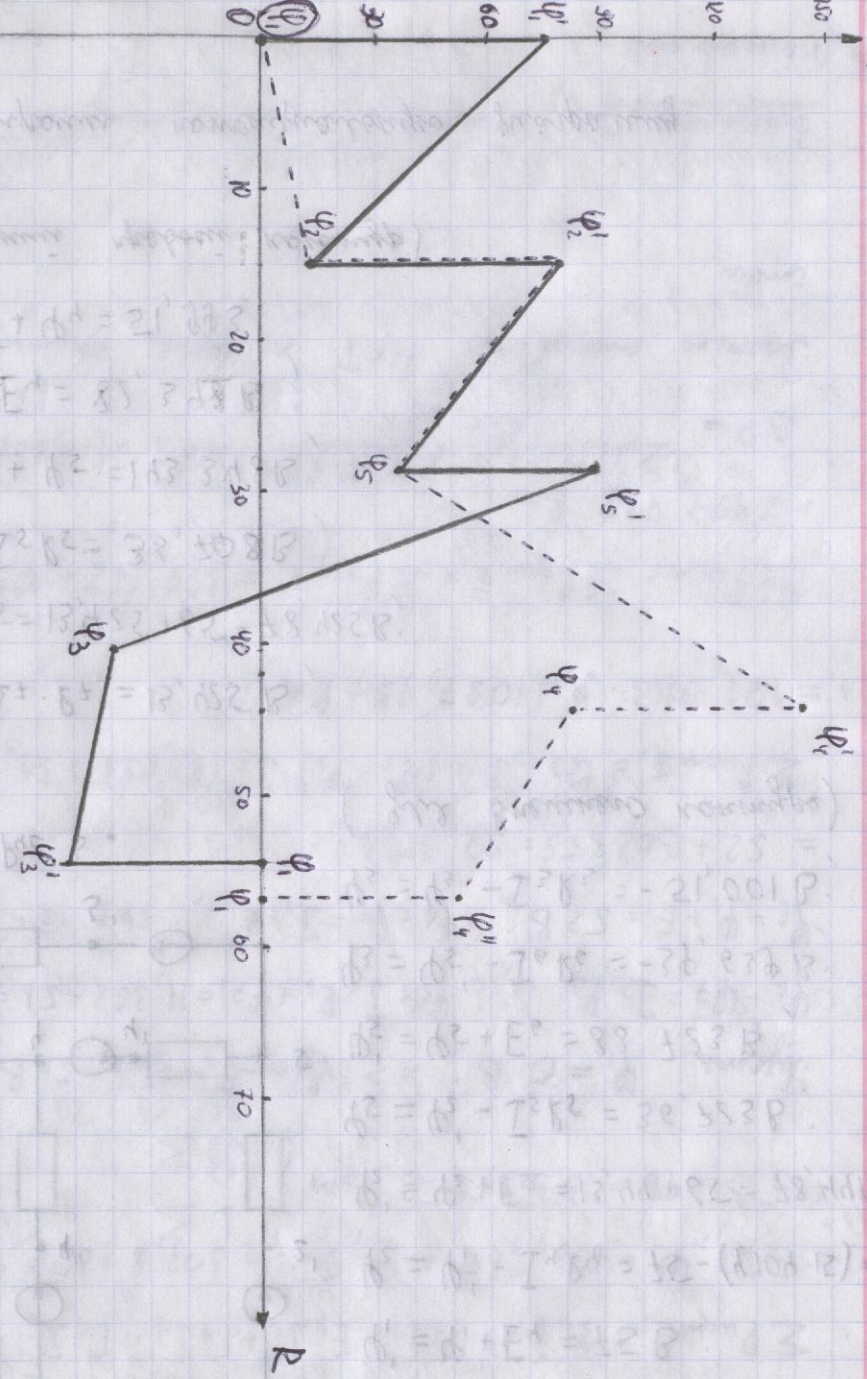


Рис. 4

Безразмерный
коэффициент

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= Q - I \cdot R = 60 - 1 \cdot 60 = 0 \\
 Q_2 &= Q - I \cdot R = 60 - 1 \cdot 30 = 30 \\
 Q_3 &= Q - I \cdot R = 60 - 1 \cdot 0 = 60 \\
 Q_4 &= Q - I \cdot R = 60 - 1 \cdot 90 = -30 \\
 Q_5 &= Q - I \cdot R = 60 - 1 \cdot 40 = 20 \\
 Q_6 &= Q - I \cdot R = 60 - 1 \cdot 0 = 60
 \end{aligned}$$

Задание 5: Определить напряжение на резисторах ветвей, не вошедших в потенциальную диаграмму.

Ветвь, не вошедшая в потенциальную диаграмму - это ветвь с ненулевым током $\Rightarrow$ ненулевое напряжение $U_{43} = \underbrace{\varphi_4 - \varphi_3}_{U_5} = 82,384 + 39,639 = 122,023 \text{ В}$.

Задание 6: определить ток второй ветви (содержащей E_2 и R_2) методом МЭГ. При этом напряжение холостого хода рассчитать методом узловых потенциалов, а входное сопротивление определить методом преобразования схем.

1. Преобразуем схему для расчета напряжения U_{abxx} .

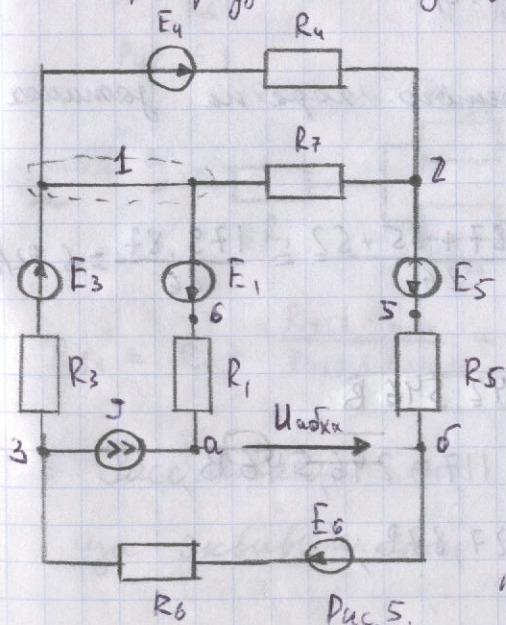


Рис. 5.

2. Запишем систему уравнений МЭГ в каноническом виде:

$$\begin{cases} \varphi_1 G_{11} + \varphi_2 G_{12} = J_{11}, \\ \varphi_1 G_{21} + \varphi_2 G_{22} = J_{22}; \end{cases}$$

3. Вычислим проводимости при указанных потенциалах: СТР. 10 м

$$G_{11} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_1 + \infty} = \frac{1}{13} + \frac{2}{15} = 0,21;$$

$$G_{12} = G_{21} = -\frac{1}{R_4} - \frac{1}{R_7} = -\frac{2}{15} = -0,133;$$

$$G_{22} = \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5 + R_6} = \frac{2}{15} + \frac{1}{26} = 0,172;$$

$$J_{11} = -\frac{E_4}{R_4} + J + \frac{E_3}{R_3} = -5 + 8 + 3,923 = 7,923;$$

$$J_{22} = \frac{E_4}{R_4} - \frac{E_5 + E_6}{R_5 + R_6} = 5 - 4,5 = 0,5$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,21 & -0,133 \\ -0,133 & 0,172 \end{vmatrix} = 0,018;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 7,923 & -0,133 \\ 0,5 & 0,172 \end{vmatrix} = 1,429;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,21 & 7,923 \\ -0,133 & 0,5 \end{vmatrix} = 1,159;$$

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1,429}{0,018} = 77,546 \text{ В};$$

$$\varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1,159}{0,018} = 62,87 \text{ В};$$

4. Находим напряжение холостого хода на зажимах а и б:

$$I_5 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + E_5 + E_6}{R_5 + R_6} = \frac{62,87 + 65 + 52}{26} = \frac{179,87}{26} = 6,92 \text{ А};$$

$$\varphi_6 = \varphi_1 + E_1 = 77,546 + 52 = 129,546 \text{ В};$$

$$\varphi_a = \varphi_6 + J R_1 = 129,546 + 117 = 246,546 \text{ В};$$

$$\varphi_5 = \varphi_2 + E_5 = 62,87 + 65 = 127,87 \text{ В};$$

$$\varphi_{\delta} = \varphi_{\epsilon} - I_{\epsilon} \cdot R_{\epsilon} = 127,87 - 89,96 = 37,91 \text{ В};$$

$$U_{\text{абхх}} = \varphi_{\alpha} - \varphi_{\delta} = 246,546 - 37,91 = 208,636 \text{ В};$$

$$E_{\text{ЭГ}} = U_{\text{абхх}}.$$

5. Найдём входное сопротивление методом преобразования схем.

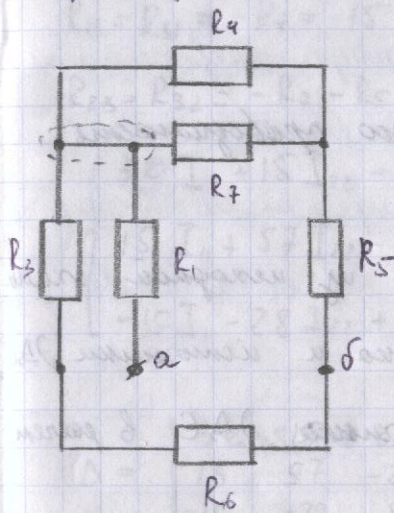


Рис. 6.1

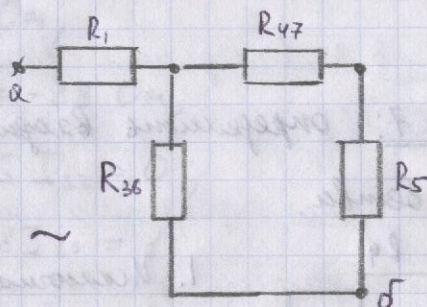


Рис. 6.2.

$$R_{36} = R_3 + R_6 = 13 + 13 = 26 \text{ Ом};$$

(последовательно)

$$R_{47} = \frac{R_4 \cdot R_7}{R_4 + R_7} = \frac{285}{30} = 7,5 \text{ Ом};$$

(параллельно)

$$R_{457} = R_5 + R_{47} = 10,5 \text{ Ом};$$

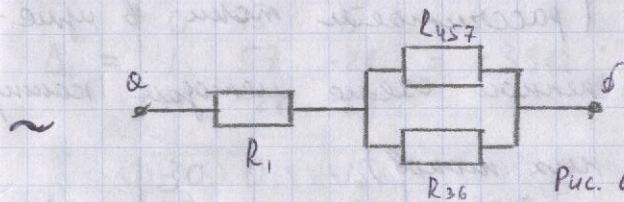


Рис. 6.3.

$$R_{\text{вх}} = R_1 + \frac{R_{457} \cdot R_{36}}{R_{457} + R_{36}} = 13 + \frac{533}{46,5} = 13 + 11,46 = 24,46 \text{ Ом};$$

6. Рассчитаем ток второй ветви при помощи эквивалентного генератора:

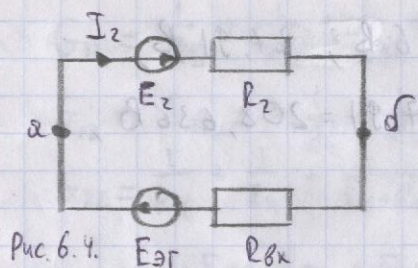


Рис. 6.4.

$$\Rightarrow I_2 = \frac{E_2 + E_{ЭГ}}{R_2 + R_{вх}} = \frac{61 + 208,636}{16 + 24,46} = \frac{269,636}{40,46} = 6,664 \text{ A.}$$

$$\Delta I = \frac{6,664 - 6,665}{6,664} = -0,0015\% < 5\%$$

Задача 7: определить входную проводимость второй ветви.

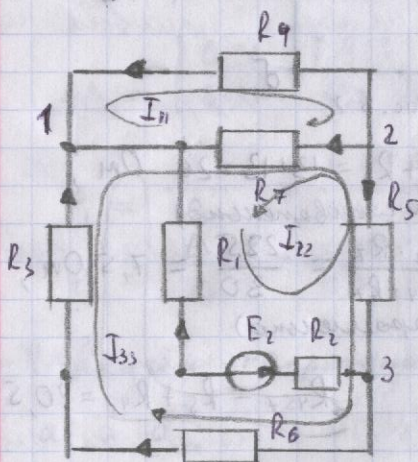


Рис. 7

1. Исключив из исходной схемы источник тока и источники ЭДС, кроме источника ЭДС в рассматриваемой ветви:

(рассчитаем токи в указанной схеме методом контурных токов).

$$\begin{cases} I_{11} \cdot R_{11} + I_{22} \cdot R_{12} + I_{33} \cdot R_{13} = E_{11}, \\ I_{11} \cdot R_{21} + I_{22} \cdot R_{22} + I_{33} \cdot R_{23} = E_{22}, \\ I_{11} \cdot R_{31} + I_{22} \cdot R_{32} + I_{33} \cdot R_{33} = E_{33}; \end{cases}$$

$$E_{11} = 0 \text{ B}; \quad E_{22} = E_2 = 1 \text{ B}; \quad E_{33} = 0 \text{ B};$$

$$R_{11} = R_4 + R_7 = 30 \text{ Ohm};$$

$$R_{22} = R_7 + R_1 + R_2 + R_5 = 57 \text{ Ohm};$$

$$R_{33} = R_7 + R_5 + R_6 + R_3 = 54 \text{ Ohm};$$

$$R_{12} = R_{21} = R_7 = 15 \text{ Ohm};$$

$$R_{13} = R_{31} = -R_7 = -15 \text{ Ohm};$$

$$R_{23} = R_{32} = -R_7 - R_5 = -28 \text{ Ohm};$$

$$\begin{cases} 30 I_{11} + 15 I_{22} - 15 I_{33} = 0; \\ 15 I_{11} + 57 I_{22} - 28 I_{33} = 1; \\ -15 I_{11} - 28 I_{22} + 54 I_{33} = 0; \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 30 & 15 & -15 \\ 15 & 57 & -28 \\ -15 & -28 & 54 \end{vmatrix} = 56445;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 15 & -15 \\ 1 & 57 & -28 \\ 0 & -28 & 54 \end{vmatrix} = -390; \quad I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-390}{56445} = -0,00691 \text{ A};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 30 & 0 & -15 \\ 15 & 1 & -28 \\ -15 & 0 & 54 \end{vmatrix} = 1395; \quad I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1395}{56445} = 0,02471 \text{ A};$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 30 & 15 & 0 \\ 15 & 57 & 1 \\ -15 & -28 & 0 \end{vmatrix} = 615; \quad I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{615}{56445} = 0,0109 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{22} = 0,02471 \text{ A};$$

$$G_{kx2} = \frac{I_2''}{E_2} = \frac{0,02471}{1} = 0,02471 \text{ См};$$

2. Проверим найденное значение входной проводимости второй ветви:

$$R_{kx2} = R_2 + R_{\Sigma r} = 16 + 24,46 = 40,46 \text{ Ом};$$

$$G_{kx2} = \frac{1}{R_{kx2}} = \frac{1}{40,46} = 0,02471 \text{ См}.$$

Задача 8: Определить взаимную проводимость второй ветви со всеми остальными ветвями:

1. Воспользуемся данными, найденными в задаче 7 для расчета реальных токов в ветвях:

$$I_4'' = I_{11} = -0,00691 \text{ А};$$

$$I_5'' = I_{33} - I_{22} = 0,0109 - 0,02471 = -0,00027 \text{ А};$$

$$I_6'' = I_{33} = 0,0109 \text{ А};$$

$$I_3'' = I_6'' = 0,0109 \text{ А};$$

$$I_1'' = I_2'' = 0,02471 \text{ А};$$

$$I_7'' = I_{11} + I_{22} - I_{33} = -0,00691 + 0,02471 - 0,0109 = 0,00691 \text{ А};$$

2. Используя реальные токи вычислим взаимные проводимости ветвей относительно второй ветви:

$$G_{12} = \frac{I_1''}{E_2} = 0,02471 \text{ См};$$

$$G_{32} = \frac{I_3''}{E_2} = 0,0109 \text{ См};$$

$$G_{42} = -\frac{I_4''}{E_2} = 0,00691 \text{ См};$$

$$G_{52} = -\frac{I_5''}{E_2} = 0,00027 \text{ См};$$

$$G_{62} = \frac{I_6''}{E_2} = 0,0109 \text{ См};$$

$$G_{72} = \frac{I_7''}{E_2} = 0,00691 \text{ См};$$

Задача 9: определить передаточный коэффициент по току между второй ветвью и ветвью с источником тока.

1. Нарисовать из неповторной схемы источник ки ДАС:

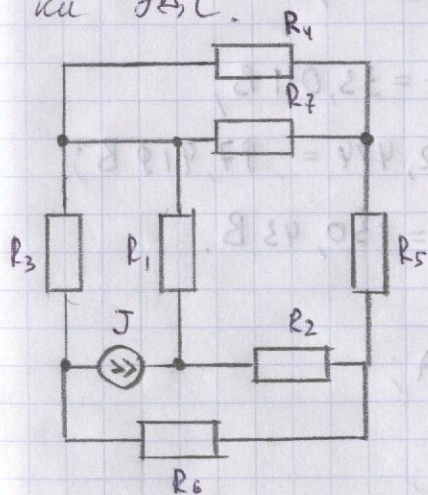


Рис. 8.

2. Рассчитаем нагруженную схему по МЭГ, используя некоторые данные из задания 6.

$$\begin{cases} G_{11} \cdot \varphi_1 + G_{12} \cdot \varphi_2 = J_{11} \\ G_{21} \cdot \varphi_1 + G_{22} \cdot \varphi_2 = J_{22} \end{cases}$$

$$G_{11} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_3} = 0,21;$$

$$G_{12} = G_{21} = -0,133;$$

$$G_{22} = 0,172;$$

$$J_{11} = -J;$$

$$J_{22} = 0;$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,21 & -0,133 \\ -0,133 & 0,172 \end{vmatrix} = 0,018;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -9 & -0,133 \\ 0 & 0,172 \end{vmatrix} = -1,548;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,21 & -9 \\ -0,133 & 0 \end{vmatrix} = -1,197;$$

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-1,548}{0,018} = -83,989 \text{ В};$$

$$\varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-1,197}{0,018} = -64,945 \text{ В};$$

$$I_5^{\text{III}} = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_5 + R_6} = \frac{-64,945}{26} = -2,488 \text{ А};$$

$$\varphi_a = \varphi_1 + J R_1 = -83,989 + 117 = 33,011 \text{ В};$$

$$\varphi_d = \varphi_2 + I_5 \cdot R_5 = -64,945 - 32,474 = -97,419 \text{ В};$$

$$E_{\text{ЭГ}} = U_{ad} = \varphi_a - \varphi_d = 33,011 + 97,419 = 130,43 \text{ В}.$$

$$R_{\text{ЭГ}} = 24,46 \text{ Ом};$$

$$I_2^{\text{VIII}} = \frac{E_{\text{ЭГ}}}{R_2 + R_{\text{ЭГ}}} = \frac{130,43}{40,46} = 3,223 \text{ А};$$

$$H_{i(28)} = \frac{I_2^{\text{VIII}}}{J} = \frac{3,223}{9} = 0,358;$$

Задача 10: определить ток второй ветви,
используя её входную и граничную проводимости

и передаточный коэффициент по току:

1. Используя данные заданий 7, 8 и 9 рассчитаем ток второй ветви:

$$I_k = \sum_{j=1}^{1+n+m} (\pm I_{kj}) = E_k G_{kk} + \sum_{j=1}^n (\pm E_j G_{kj}) + \sum_{j=1}^m (\pm J H_{j(k)}) ;$$

$$\begin{aligned} I_2 &= J \cdot H_{1(2)} - E_1 \cdot (-G_{12}) + E_2 \cdot G_{22} + E_3 \cdot G_{32} + E_4 \cdot (-G_{42}) + \\ &+ E_5 \cdot (-G_{52}) + E_6 \cdot G_{62} = 9 \cdot 0,358 - 52 \cdot (-0,02471) + \\ &+ 61 \cdot 0,02471 + 51 \cdot 0,0109 + 75 \cdot (-0,00691) + 65 \cdot (-0,00027) + \\ &+ 52 \cdot 0,0109 = 6,601 \text{ A.} \end{aligned}$$

$$\Delta I = \frac{6,601 - 6,665}{6,601} \cdot 100\% = -0,968\% < 3\%$$