



$$E; z; L$$

$$i_L(t) = ?$$

$$E = z \cdot i_L + L \frac{di_L}{dt} \quad [1]$$

[1] - неоднородное дифференциальное уравнение 1-го порядка. Решение этого уравнения представлено в виде суммы частного решения уравнения [1] и общего решения соответствующего уравнения [1] однородного дифференциального уравнения.

$$i_L = i_{Lпр} + i_{Lд}$$

Уравнение [1] верно для любого t после замыкания в м.з., когда процесс установился. Это соответствует установившемуся (принудительному) решению. В качестве частного решения удобно брать ток, соответствующий установившемуся решению $i_{Lпр}$.

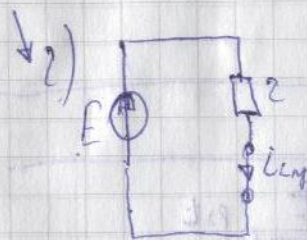
94 $i_L = i_{Lпр} + i_{Lд} \quad [1]$

возможно несколько способов решения и принудит

PROFF

1) Если учесть все токи после, не выходя во время приравняем протек. 0 можно получить

$$[2] i_{Lпр} = z \cdot i_L + L = E \Rightarrow i_{Lпр} = \frac{E}{z}$$



$$z \cdot i_{Lд} + L \frac{di_{Lд}}{dt} = 0 \quad [2] \text{ ОДУ}$$

$$[3] i_{Lд} = A e^{pt}$$

$$z A e^{pt} + L p A e^{pt} = 0$$

$$z + L p = 0 \quad [4]$$

$$p = -\frac{z}{L} \quad [5]$$

$$i_L(0+) = i_{Lпр}(0+) + i_{Lд}(0+) = \frac{E}{z} + A = ? \quad [6]$$

ННУ $i_L(0-) = 0 \quad [7]$

ЗК $i_L(0+) = i_L(0-) = 0 \quad [8]$

$$\frac{E}{z} + A = 0; \quad A = -\frac{E}{z} \quad [10]$$

$$i_L(0+) = i_{Lnp}(0+) + i_{Lcb}(0+) = \frac{E}{Z} + A = (?) \quad [5]$$

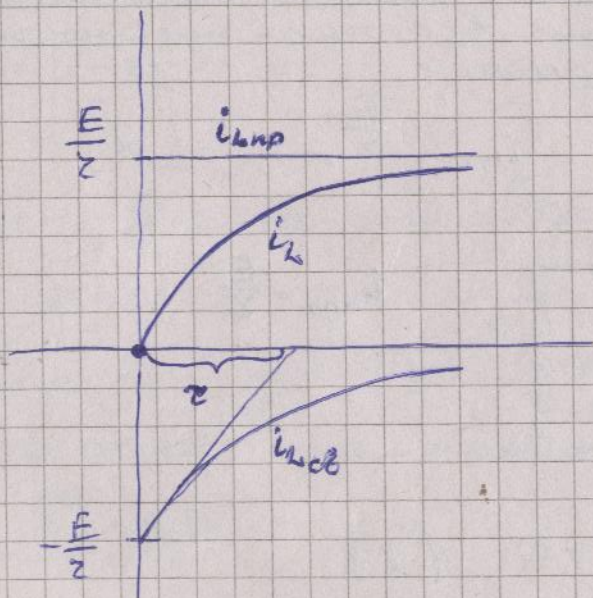
MMY : $i_L(0-) = 0 \quad [7]$

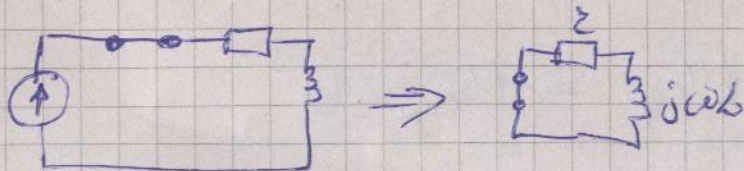
3K : $i_L(0+) = i_L(0-) = 0 \quad [8]$

$$\frac{E}{Z} + A = 0$$

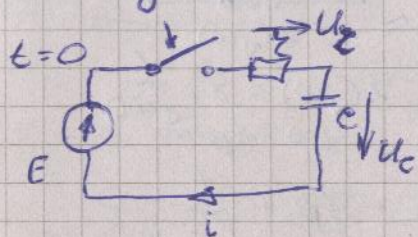
$$A = -\frac{E}{Z} \quad [10]$$

$$\underline{i_L = \frac{E}{Z} - \frac{E}{Z} e^{-\frac{Z}{L}t}} \quad [11]$$





VI Подключение z-c цепи.



E, z, c - изв.

$$U_c(0-) = 0$$

$$U_c(t) = ?$$

$$E = U_z + U_c$$

$$i = C \frac{dU_c}{dt}$$

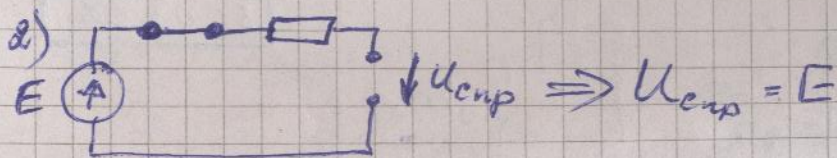
$$U_z = z i = z C \frac{dU_c}{dt}$$

$$z C \frac{dU_c}{dt} + U_c = E$$

$$\frac{dU_c}{dt} + \frac{1}{z C} U_c = \frac{1}{z C} E \quad [1]$$

$$U_c = U_{cnp} + U_{cd} \quad [1]$$

$$(1) \quad \underline{U_{cnp} = E} \quad [2]$$



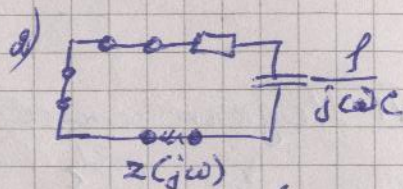
2) 1) $\frac{dU_{Cdb}}{dt} + \frac{1}{\tau C} U_{Cdb} = 0$ [2]

$U_{Cdb} = A e^{pt}$ [3]

$p A e^{pt} + \frac{1}{\tau C} A e^{pt} = 0$

хар-ак урав: $p + \frac{1}{\tau C} = 0$ [4]

$p = -\frac{1}{\tau C}$ [5]



$Z(j\omega) = Z + \frac{1}{j\omega C}$
 $j\omega \rightarrow p$

$p + \frac{1}{\tau C} = 0$

$p = -\frac{1}{\tau C}$

3) $U_C(0+) = U_{Cnp}(0+) + U_{Cdb}(0+) =$
 $= E + A e^0 = E + A = (?)$ [6]

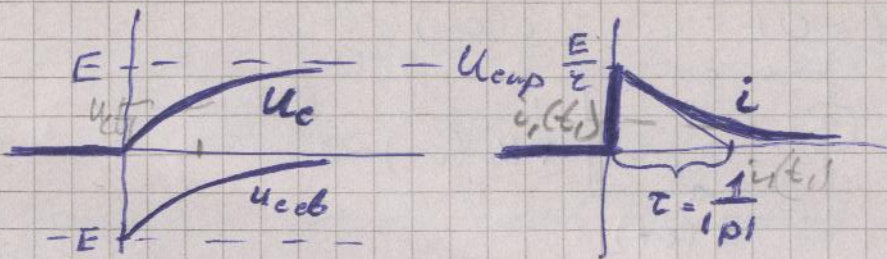
НМУ: $U_C(0-) = 0$ [7]

ЗК: $U_C(0+) = U_C(0-) = 0$ [8]

$E + A = 0 \Rightarrow \underline{A = -E}$ [10]

4) $U_C = E - E e^{-\frac{1}{\tau C} t}$ [11]

$I_C = C \frac{dU_C}{dt} = C \cdot (-E) \cdot \left(-\frac{1}{\tau C}\right) e^{-\frac{1}{\tau C} t} = \underline{\underline{\frac{E}{\tau} e^{-\frac{1}{\tau C} t}}}$



Примечание ① Перех. проц. возникший после ком-ции описывается диф. уравнением, часто, состоящее из-за трудности. Решение этого уравн. находится не составляя его.

② Если в пред. задаче нужно найти i , то его можно искать и без предварительного нахождения u_c .

Пример:

1] $\bar{E} = i_{np} + i_{cb}$

2] $i_{np} = ?$

3] $i_{cb} = A e^{pt}$

4] $xy: \quad \frac{1}{z(j\omega)} \quad z(j\omega) = z + \frac{1}{j\omega c} \Rightarrow j\omega \Rightarrow p \Rightarrow$
 $\Rightarrow z + \frac{1}{pc} = 0 \quad -xy$

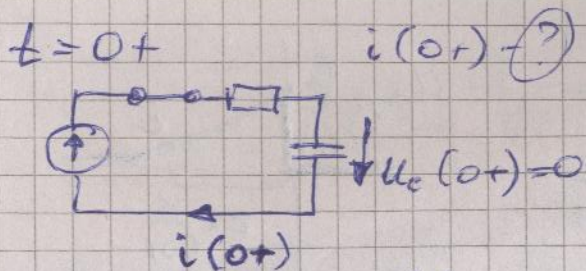
5] $p = \frac{1}{rc}$

6] $i(0+) = i_p(0+) + i_{cb}(0+) = 0 + A = ?$

7] $кнч: \quad u_c(0-) = 0$

8] $3к: \quad u_c(0+) = u_c(0-) = 0$

9] $3нч:$



$$E = i(0+)R + \underbrace{u_L(0+)}_0 \cdot L = ?$$

$$i(0+) = \frac{E}{R}$$

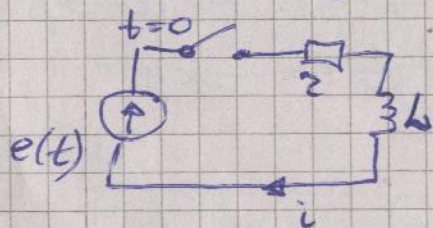
i) $A = \frac{E}{R}$

ii) $\underline{i = \frac{E}{R} e^{-\frac{1}{RC}t}}$

Замечание:

Пункт [3] когда расчит-ся всё кроме i_L и u_C .

VII. Подключение r - L цепи к источнику синус-напряжения.



$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$\underline{r, L}$

$$i(t) = ?$$

1] $i = i_{np} + i_{св}$

2] $i_{np} = ?$

$$i_{np} = \frac{E_m}{Z} \sin(\omega t + \Psi - \varphi) = I_m \sin(\omega t + \Psi - \varphi)$$

где, $Z = \sqrt{R^2 + (j\omega L)^2}$, $\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}$

В более сложных цепях символьный метод.

$$3] i_{св} = A e^{pt}$$

$$4] \text{ ху: } Z(j\omega) = R + j\omega L$$

$j\omega \rightarrow p$

$$\underline{Z + pL = 0}$$

$$5] p = -\frac{R}{L}$$

$$6] i(0+) = i_{np}(0+) + i_{св}(0+) =$$

$$= I_m \sin(\Psi - \varphi) + A = (?)$$

$$7] \text{ нну: } i_L(0-) = 0$$

$$8] \text{ зк: } i_L(0-) = i_L(0+) = 0$$

$$i_L(0+) = i(0+) = 0$$

$$10] I_m \sin(\Psi - \varphi) + A = 0$$

$$A = -I_m \sin(\Psi - \varphi)$$

$$11] \underline{i = I_m \sin(\omega t + \Psi - \varphi) - I_m \sin(\Psi - \varphi) e^{-\frac{R}{L}t}}$$

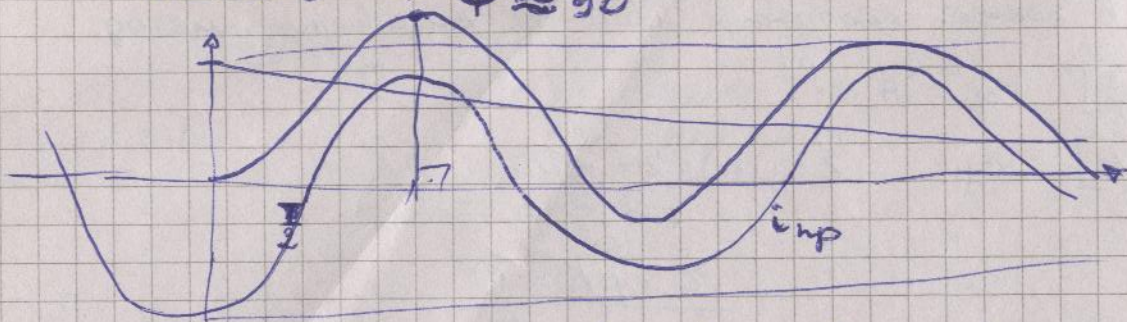
Анализ результата

а) $\Psi = \varphi \Rightarrow$ в цепи возникает установив.

имеем резонанс $\Rightarrow$ индукт.

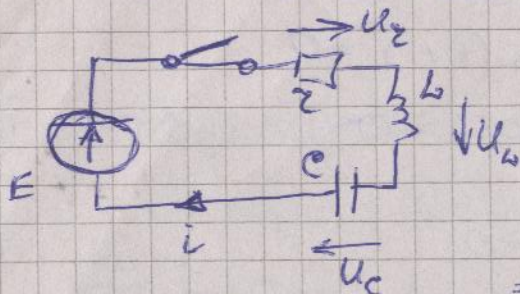
$$\textcircled{8} \quad \varphi = 0 \Rightarrow z = \frac{1}{|Y|} = \frac{L}{C} \gg T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\omega L \gg z \Rightarrow \varphi \approx 90^\circ$$



При $\frac{I}{2}$ ток I_m в 2 раза увеличивается.

VIII. Расчет ппт с 2 последовательными
с r - L - C цепи к наст. наст. напряж.



$$E = U_r + U_L + U_C$$

$$i = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_r = r \cdot i = r \cdot C \frac{dU_C}{dt}$$

$$U_L = L \frac{di}{dt} = LC \frac{d^2 U_C}{dt^2}$$

$$LC \frac{d^2 U_C}{dt^2} + rC \frac{dU_C}{dt} + U_C = E$$

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{LC} = \frac{1}{LC} E \quad \{1\}$$

$$1] U_c = U_{cnp} + U_{ccb}$$

$$2] \textcircled{a} U_{cnp} = E \quad (\text{нормирование} = 0)$$



$$i_{np} = 0$$

$$E = \cancel{i_{np} \cdot E} + \cancel{U_{Lnp}} + \cancel{U_{Cnp}} = U_{cnp}$$

$$3] xy: z(p) = z + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$z + pL + \frac{1}{pC} = 0$$

$$p^2 + \frac{z}{L}p + \frac{1}{LC} = 0$$

$$4] p_{1,2} = -\frac{z}{2L} \pm \sqrt{\frac{z^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$$

В зависимости от знака $\sqrt{\quad}$ имеем:

$$\textcircled{A} \frac{z^2}{4L^2} > \frac{1}{LC} \quad z^2 > 4\frac{L}{C} \quad z_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad z > z_{кр}$$

$$|p_1| < |p_2|$$

$$U_{ccb} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \quad [5]$$

$$U_c(0+) = U_{cnp}(0+) + U_{ccb}(0+) = E + A_1 + A_2 \quad [6]$$

$$\frac{dU_c}{dt} = \frac{dU_{cnp}}{dt} + \frac{dU_{ccb}}{dt} = 0 + p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t} \quad [7]$$

$$\left. \frac{dU_c}{dt} \right|_{0+} = p_1 A_1 + p_2 A_2 = \textcircled{??}$$

$$i_c = C \frac{dU_c}{dt} \Rightarrow \left. \frac{dU_c}{dt} \right|_{0+} = \frac{i_c(0+)}{C}$$

$$\text{нач: } U_c(0-) = 0$$

[8]

$$i_L(0-) = 0$$

$$\text{зк: } U_c(0+) = U_c(0+) = 0$$

[9]

$$U_L(0+) = i_L(0+) = 0$$

$$\text{зны: } i_c(0+) = i_L(0+) = 0$$

[10]

$$\int E + A_1 + A_2 = 0$$

[11]

$$p_1 A_1 + p_2 A_2 = 0$$

$$A_1 = \frac{p_2 E}{p_1 - p_2}$$

$$A_2 = \frac{-p_1 E}{p_1 - p_2}$$

$$U_c = E + \frac{p_2 E}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} + \frac{-p_1 E}{p_1 - p_2} e^{p_2 t}$$

[12]



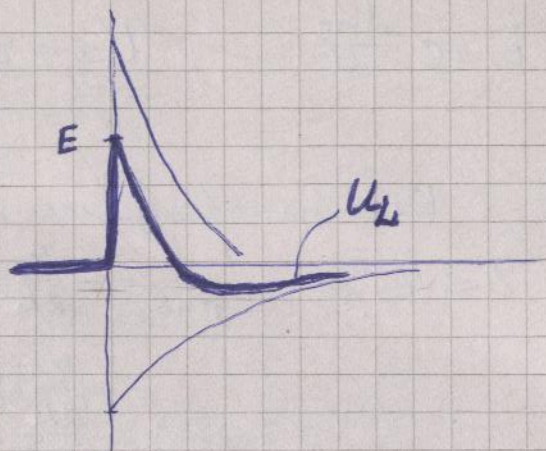
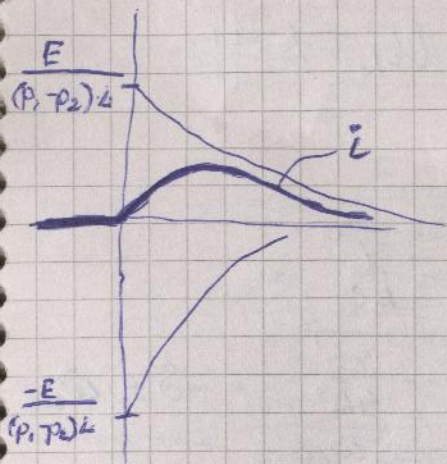
7.04.062.

$$i = C \frac{dU_c}{dt} = \left(\frac{p_1 p_2 E}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} + \frac{-p_1 p_2 E}{p_1 - p_2} e^{p_2 t} \right) \cdot C =$$

$$= C \frac{E}{(p_1 - p_2) L} \cdot (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) = \frac{E}{(p_1 - p_2) L} \cdot (e^{p_1 t} - e^{p_2 t})$$

$$U_R = i \cdot R$$

$$U_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{E}{(p_1 - p_2) L} (p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t})$$



Б) Два одинаковых корня

$$z_{кр} = z \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$z = z_{кр}$$

$$p_1 = p_2 = p = -\frac{z}{2L}$$

В этом случае $U_{св}$ удобно искать: $U_{св} = (A_1 + A_2 t)e^{pt}$

$$6] U_c(0+) = U_{ср}(0+) + U_{св}(0+) =$$

$$= E + A_1 = (?) \leftarrow 0$$

$$7] \frac{dU_c}{dt} = A_2 e^{pt} + (A_1 + A_2 t) p e^{pt}$$

$$\left. \frac{dU_c}{dt} \right|_{0+} = A_2 + p A_1 = (??) \leftarrow 0$$

$$11] A_1 = -E \quad A_2 = pE$$

$$12] \underline{U_c = E + (-E + pEt)e^{pt} = E + E(pt - 1)e^{pt}}$$

$$\ddot{i} = C \frac{dU_C}{dt}$$

$$U_Z = Z \cdot i$$

$$U_L = L \frac{di}{dt}$$

В) Коэфф. - коэффициент корр.

$$Z < Z_{кр} \quad p_{12} = -\frac{Z}{2L} \pm \sqrt{\frac{Z^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} =$$

$$= -\left(\frac{Z}{2L}\right) \pm j \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{Z^2}{4L^2}} = -\delta \pm j\omega_{об}$$

$$U_{об} = A e^{-\delta t} \sin(\omega_{об} t + \Psi)$$

$$6] U_C(0+) = U_{квп}(0+) + U_{об}(0+) = E + A \sin \Psi = ?$$

$$7] \frac{dU_C}{dt} = -\delta A e^{-\delta t} \sin(\omega_{об} t + \Psi) + \omega_{об} \cos(\omega_{об} t + \Psi) e^{-\delta t} A$$

$$\left. \frac{dU_C}{dt} \right|_{0+} = -\delta A \sin \Psi + \omega_{об} A \cos \Psi = ?? \leftarrow \circ$$

$$11] \begin{cases} E + A \sin \Psi = 0 \\ -\delta A \sin \Psi + \omega_{об} A \cos \Psi = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A \sin \Psi = -E \\ A \cos \Psi = -\frac{\delta E}{\omega_{об}} \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg} \Psi = \frac{\omega_{об}}{\delta}$$

$$\Psi = \operatorname{arctg} \frac{\omega_{об}}{\delta}$$

$$A \sin\left(\operatorname{arctg} \frac{\omega_{об}}{\delta}\right) = -E \Rightarrow A \frac{\omega_{об}}{\sqrt{\omega_{об}^2 + \delta^2}} = -E \Rightarrow$$

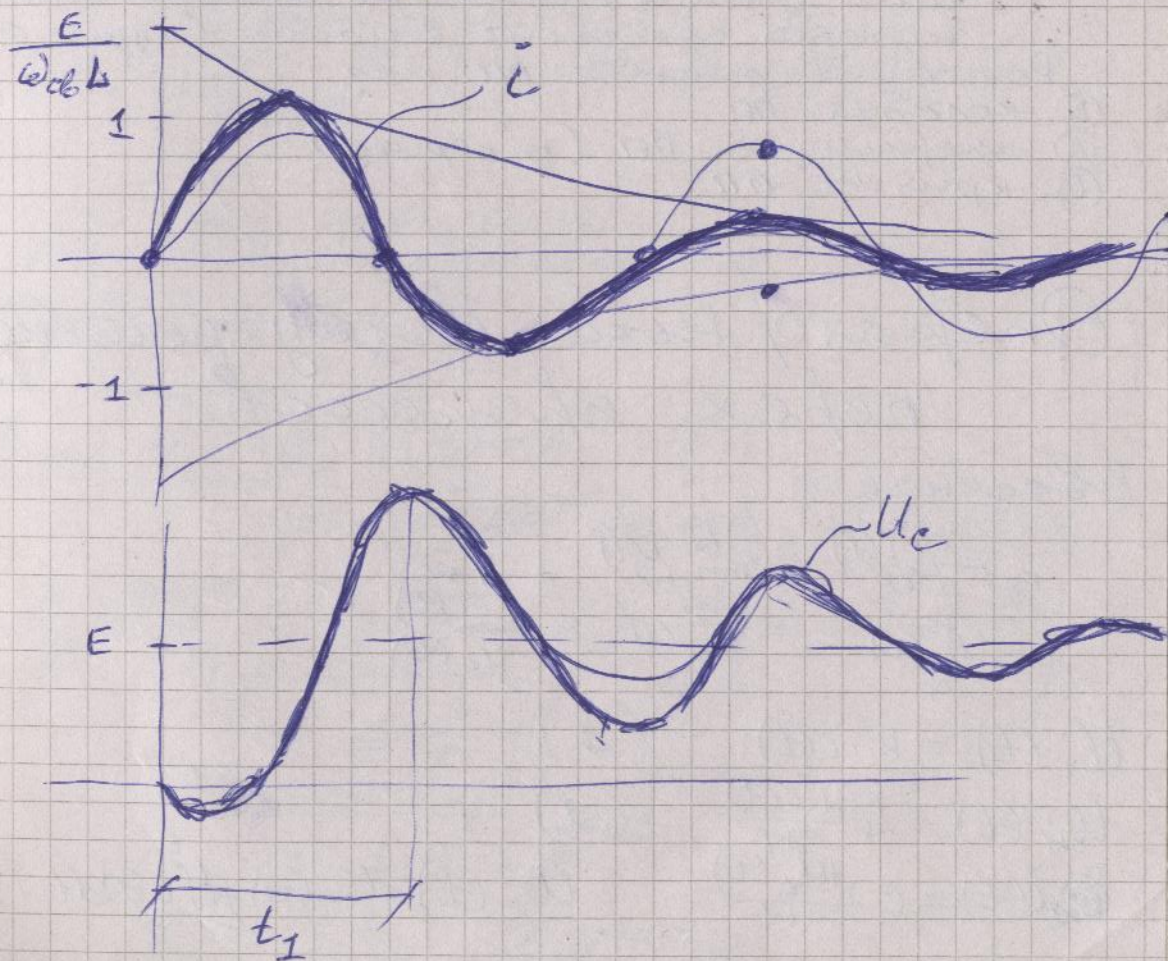
$$\Rightarrow A = \frac{-E \sqrt{\omega_{об}^2 + \delta^2}}{\omega_{об}}$$

$$A = \frac{-E \sqrt{\frac{1}{L^2 C} - \delta^2 + \delta^2}}{\omega_{db}} = \frac{-E}{\omega_{db} \sqrt{LC}}$$

$$12] U_c = E - \frac{E}{\omega_{db} \sqrt{LC}} e^{-\delta t} \sin(\omega_{db} t + \psi)$$

$$i = C \frac{dU_c}{dt} = \frac{E}{\omega_{db} L} e^{-\delta t} \sin \omega_{db} t$$

$$U_L = L \frac{di}{dt} = \frac{E}{\omega_{db} \sqrt{LC}} e^{-\delta t} \sin(\omega_{db} t - \psi)$$



Отключив цепь в t_1 , а напряжение
получим U_c практически = удвоенное
знач-ие U питания

Выводы: ПП в цепи с 2 накопителями
опис-ся диф. ур. 2 порядка.

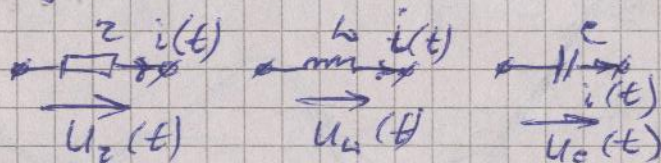
КУ соотв-ущее диф. ур. 2 пер. имеет
2 корня. В зав-ти от вида корней
своб. соотв-щая ПП имеет разный
вид (А, Б, В). Т.е. в состав своб.
входят две менш. величины (A_1 и A_2)
или (A и δ) для опред-ия этих величин
нужно составить 2 ур-ия (пункт Б и Г).

Рассм. варианты ПП наз.

- Б колебат. ПП
- А аperiodич. ПП (неперюд.)
- Б критич. ПП.

Операторный метод решения перех. процессов.

Введение:



$$U_R(t) = R \cdot i(t) \quad (1)$$

$$U_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (2)$$

$$i(t) = C \frac{dU_C(t)}{dt} \quad U_C(t) = U_C(0) + \int_0^t i(t) dt \quad (3)$$

(1)(2)(3) приводит к тому, что схема (4.0) опис-ая системой дифференциал. ур-ий.

1 Сущность опер. метода —

перенос расчета из области $f(t)$ (i, u, E) в обл. ур-ий комплекс. переменной:

$p = \sigma + j\omega$, где ампл. $f(t)$ соотв. своз. $F(p)$, а диф. ур-ия преобр-ся в алгебр-ые. Переход от $f(t)$ к $F(p)$ опис-ся:

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt = \mathcal{L}[f(t)] \quad (4)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma - j\infty}^{\gamma + j\infty} e^{pt} F(p) dp = \mathcal{L}^{-1}[F(p)] \quad (5)$$

$f(t)$ — наз. оригиналом

$F(p)$ — наз. изображением

2 $f(t) \doteq F(p)$

Примеры: ① $f(t) = A$

$$F(p) = \int_0^{\infty} A e^{-pt} dt = \frac{A}{-p} \int_0^{\infty} e^{-pt} d(-pt) =$$
$$= \frac{A}{-p} e^{-pt} \Big|_0^{\infty} = \frac{A}{-p} (e^{-\infty} - e^0) = \frac{A}{-p} (0 - 1) = \boxed{\frac{A}{p}}$$

$$\boxed{A \doteq \frac{A}{p}} \quad (1)$$

② $f(t) = e^{-at}$

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-at} e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} e^{-(a+p)t} dt =$$

$$= \frac{1}{-(a+p)} \int_0^{\infty} e^{-(a+p)t} d[-(a+p)t] = \frac{1}{p+a} e^{-(a+p)t} \Big|_0^{\infty} =$$

$$= \frac{1}{p+a} (e^{-\infty} - e^0) = \frac{1}{p+a}$$

$$e^{-at} \doteq \frac{1}{p+a} \quad (2)$$

$$e^{at} \doteq \frac{1}{p-a} \quad (3)$$

$$e^{j\omega t} \doteq \frac{1}{p-j\omega} \quad (4)$$

3 Основн. св-ва преобр. Лапласа:

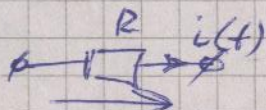
1° линейности:

$$\text{Если } f_k(t) \doteq F_k(p), \text{ то } \sum f_k(t) \doteq \sum F_k(p)$$

$$\text{, то } a_k f_k(t) \doteq a_k F_k(p)$$

$$\sum a_k f_k(t) \doteq \sum a_k F_k(p).$$

Следствие 1 (опер. умножения $\mathcal{U}_z$):



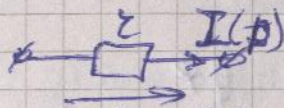
$$u_z(t) = z \cdot i(t)$$

$$i(t) \doteq I(p)$$

$$z \cdot i(t) \doteq z \cdot I(p) = \mathcal{U}_z(p)$$

$$\boxed{z I(p) = U_z(p)} \quad (6)$$

(з. Дана в операторном виде для акт. сопр-ий)
 Ф-ла (6) можно поставить замещение:



$$U_z(p) = z \cdot I(p)$$

рис. 1

(опер-ая схема зам-ия акт. сопр.)

Следствие 2:

$$I_m e^{j\omega t} = \frac{I_m}{p - j\omega}$$

2° коммутативности:

Если $f(t)$ - комм. ф-ия времени, и при этом $f(t) \doteq F(p)$, то действ. части ф-ии времени

$$\operatorname{Re}[f(t)] \doteq \operatorname{Re}[F(p)], \quad \operatorname{Im}[f(t)] \doteq \operatorname{Im}[F(p)]$$

Следствие 3 (опер. изобр синусоид ф-ии времени)

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) \propto I_m$$

$$\begin{aligned} i(t) &= \operatorname{Im}[I_m e^{j\omega t}] = \operatorname{Im}[I_m e^{j\psi} \cdot e^{j\omega t}] = \\ &= \operatorname{Im}[I_m e^{j(\omega t + \psi)}] \end{aligned}$$

$$i(t) = \text{Im} [\dot{I}_m e^{j\omega t}] = \text{Im} \left[\frac{\dot{I}_m}{p - j\omega} \right] \equiv I(p)$$

$$I(p) \equiv \text{Im} \left[\frac{\dot{I}_m e^{j\psi}}{\sqrt{p^2 + \omega^2} e^{-\arctg \frac{\omega}{p}}} \right] =$$

$$= \text{Im} \left[\frac{\dot{I}_m e^{j(\psi + \arctg \frac{\omega}{p})}}{\sqrt{p^2 + \omega^2}} \right] = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{p^2 + \omega^2}} \sin(\psi + \arctg \frac{\omega}{p}) =$$

$$= \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{p^2 + \omega^2}} \left[\sin \psi \cos(\arctg \frac{\omega}{p}) + \cos \psi \sin(\arctg \frac{\omega}{p}) \right] =$$

$$= \dot{I}_m \frac{p \cdot \sin \psi + \omega \sin \psi}{p^2 + \omega^2} \quad (7)$$

3° теорема опер-иал:

$$f(t) \equiv F(p)$$

14.04.06₂

$$f'(t) \equiv p \cdot F(p) - f(0+)$$

Следствие 4 (опер. изоб. и на L):

$$\begin{array}{c} L \\ \phi \xrightarrow{\quad} i(t) \\ U_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \end{array}$$

$$i_L(t) \equiv I_L(p)$$

$$U_L(t) \equiv U_L(p) = L \cdot p \cdot I_L(p) - L \cdot i_L(0+) \quad (8)$$

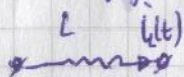
Если в цепи нмг ток в L = 0, то

3. Теор. дугг.

Если $f(t) \doteq F(p)$

$$f'(t) \doteq p F(p) - f(0+)$$

Следствие 4: операторное ур-е непр-н. по индуктивности



$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$i_L(t) \doteq I_L(p)$$

$$u_L(t) \doteq U_L(p) = Lp I_L(p) -$$

$$-L i_L(0+) \quad (8)$$

Если в цепи н-е. н-е. у-е, то

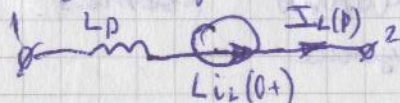
$$U_L(p) = Lp I_L(p) - Z_L(p) I_L(p) \quad (8')$$

$Z_L(p)$ - опер. сопро-в. индукт.

(8') закон для для опер. ур-е непр и тока по индуктивности при н-е. н-е. у-е

(8) —||— при н-е. н-е. у-е.

Формула (8) можно представить в соотв. след. опер. схему соотв.

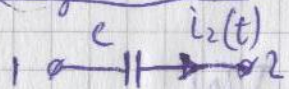


4° Преобразование интегрирования

если $f(t) \equiv F(p)$, то

$$\int_0^t f(t) dt = \frac{F(p)}{p}$$

Следствие: опер. упр. напр. на ёмкости



$$u_c(t) = u_c(0+) + \frac{1}{C} \int_0^t i_c(t) dt$$

$$i_c(t) \equiv I_c(p); \quad u_c(t) \equiv U_c(p) = \frac{U_c(0+)}{p} + \frac{1}{Cp} I_c(p) \quad (9)$$

$$U_c(0+) = 0$$

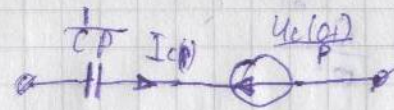
$$U_c(p) = \frac{1}{Cp} I_c(p) \quad (9')$$

$$\underbrace{\frac{1}{Cp}}_{Z_c(p)} = Z_c(p)$$

(9) Значит для же опер. упр. напр. на индуктивности

$$Z_c(p) = Z_c(j\omega) \quad j\omega \Rightarrow p$$

56 В формуле (9) можно рассмотреть опер. смену переменной



$$u_L(p) = Lp I_L(p) + \frac{u_L(0+)}{p}$$

5° Преобразование свертки в одностороннем направлении (преобразование)

$$f(t) \equiv F(p)$$

$$f(t) \equiv e^{-pt} F(p)$$

6° Преобразование свертки в одностороннем направлении

$$F(p) \equiv f(t) \quad F(p-a) \equiv e^{at} f(t)$$

7° Преобразование

$$f(t) \equiv F(p) \quad f(at) \equiv \frac{1}{a} F\left(\frac{p}{a}\right)$$

Получено преобразование

опер. соотношения

1, 2, 3, 4, 5, 6

7 $\frac{a}{p(p+a)} \equiv 1 - e^{-at}$; 8 $\frac{1}{p^2} \equiv t$

9 $\frac{p}{(p+a)^2} \equiv (1-at)e^{-at}$; 10 $\frac{1}{p(p+a)^2} \equiv \frac{1}{a} [1 - e^{-at} - at e^{-at}]$

58

$$(11) \frac{1}{p^2(p+a)} \doteq \frac{t}{a} - \frac{1}{a^2} + \frac{e^{-at}}{a^2}$$

PROFF

$$(12) \frac{1}{(p+a)(p+b)} \doteq \frac{1}{a-b} (e^{-bt} - e^{-at})$$

$$(13) \frac{p}{(p+a)(p+b)} \doteq \frac{1}{a-b} (ae^{-at} - be^{-bt})$$

$$(14) \frac{1}{p(p+a)(p+b)} \doteq \frac{1}{a \cdot b} + \frac{1}{b-a} \left(\frac{e^{-bt}}{b} - \frac{e^{-at}}{a} \right)$$

$$(15) \frac{1}{(p+a)^2} \doteq t e^{-at}$$

Первый закон Кирхгофа в операторной форме

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k(t) = 0 \rightarrow \sum_{k=1}^n I_k(p) = 0$$

Закон Ома для цепи с операционными элементами

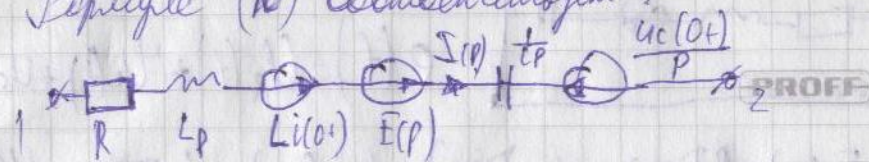


$$U_R(t) = U_R(t) + U_L(t) + U_C(t) - e(t)$$

$$U_R(p) = R I(p) + L p I(p) - L i(0+) - E(p) +$$

$$+ \frac{1}{C p} I(p) + \frac{U_C(0+)}{p} \quad (10)$$

Первый (10) закон Кирхгофа:



$$U_R(p)$$

$$I(p) = \frac{U_R(p) + E(p) + L i(0+) - \frac{U_C(0+)}{p}}{R + L p + \frac{1}{C p}} \quad (11)$$

Омский закон (11) от времени, после в 1-ом слагаемом - начальные ЭДС $L i(0+)$ и $\frac{U_C(0+)}{p}$ - эти ЭДС по внутр. ЭДС и удем. после. ЭДС на индукт. или ёмкости на момент замыкания

Второй закон Кирхгофа в операторной форме

(A) Простейший контур из одной ветви





$$e(t) = U_R(t) + U_L(t) + U_C(t)$$

$$E(p) = RI(p) + LpI(p) - Li(0+) + \frac{1}{Cp}I(p) + \frac{U_C(0+)}{p}$$

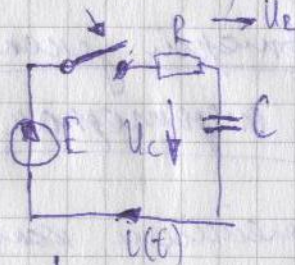
$$E(p) + \underbrace{Li(0+) - \frac{U_C(0+)}{p}}_{E_{\text{бросы}}} = I(p) \left[R + Lp + \frac{1}{Cp} \right]$$

Б) Аналогично с пропущ. кат-лам
бросами.

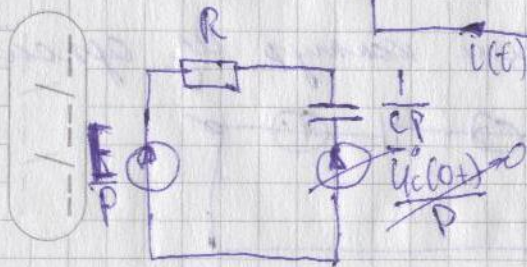
Решить аналогично пред.

Бросы (на моменте АЧ)

Пример 1



$$U_C(0-) = 0$$

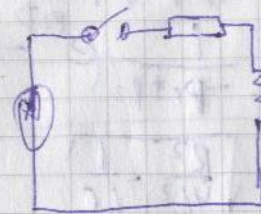


$$U_C(0+) = U_C(0-) = 0$$

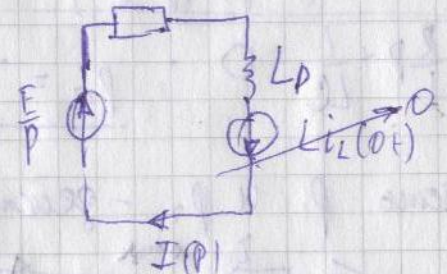
$$\frac{E}{p} = I(p) \left[R + \frac{1}{Cp} \right]$$

$$I(p) = \frac{E}{p(R + \frac{1}{Cp})} = \frac{E}{Rp + \frac{1}{C}} = \frac{E}{R} \frac{1}{(p + \frac{1}{RC})}$$

$$\Rightarrow \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = i(t)$$



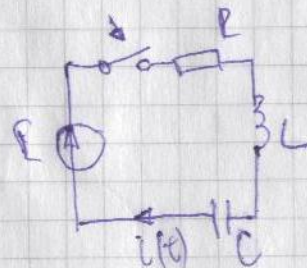
$$i_L(0-) = i_L(0+) = 0$$



$$\frac{E}{p} = I(p) [R + Lp]$$

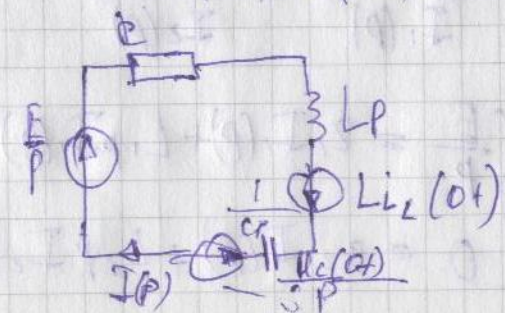
$$I(p) = \frac{E}{p(R + Lp)} = \frac{E}{L} \frac{1}{p(p + \frac{R}{L})} =$$

$$= \frac{E}{L} \frac{\frac{R}{L}}{\frac{R}{L} p (p + \frac{R}{L})} = \frac{E}{L} \frac{R/L}{p(p + R/L)} = \frac{E}{L} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = i(t)$$



$$U_C(0+) = U_C(0-) = 0$$

$$i_L(0+) = i_L(0-) = 0$$



61